

# 1 Rozvoj funkce do mocninné řady

## Rozcvička

- Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíte funkci  $f(x) = e^{-x}$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n!}]$$

- Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíte funkci  $f(x) = e^{ax}$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a^n}{n!} x^n]$$

## Zkouškové příklady

1. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíte funkci  $f(x) = \cosh x$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}]$$

2. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíte funkci  $f(x) = \cos ax$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n a^{2n}}{(2n)!} x^{2n}]$$

3. Do mocninné řady se středem v bodě  $-2$  rozvíte funkci  $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ .

$$[\frac{1}{5} \sum_{n=0}^{+\infty} (\frac{2}{5})^n (x+2)^n]$$

4. Do mocninné řady se středem v bodě  $\pi$  rozvíte funkci  $f(x) = \sin x$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)!} (x-\pi)^{2n+1}]$$

5. Do mocninné řady se středem v bodě  $1$  rozvíte funkci  $f(x) = \sin \frac{1}{2}\pi x$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} (\frac{\pi}{2})^{2n} (x-1)^{2n}]$$

6. Do mocninné řady se středem v bodě  $1$  rozvíte funkci  $f(x) = \ln(1+2x)$ .

$$[\ln 3 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} (\frac{2}{3})^n (x-1)^n]$$

7. Do mocninné řady se středem v bodě  $2$  rozvíte funkci  $f(x) = x \ln x$ .

$$[2 \ln 2 + (1 + \ln 2)(x-2) + \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n(n-1)2^{n-1}} (x-2)^n]$$

8. Do mocninné řady se středem v bodě  $0$  rozvíte funkci  $f(x) = x \sin x$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+2}]$$

9. Do mocninné řady se středem v bodě  $-2$  rozvíte funkci  $f(x) = \frac{1}{(1-2x)^3}$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} (n+2)(n+1) \frac{2^{n-1}}{5^{n+3}} (x+2)^n]$$

10. Do mocninné řady se středem v bodě  $\pi$  rozvíte funkci  $f(x) = \cos^2 x$ .

$$[1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n-1}}{(2n)!} (x-\pi)^{2n}]$$

11. Do mocninné řady se středem v bodě  $0$  rozvíte funkci  $\ln(1-x^2)$ .

$$[- \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{2n}}{n}]$$

12. Do mocninné řady se středem v bodě  $0$  rozvíte funkci  $x^2 \sin x$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+3}]$$

13. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $e^{3x^3}$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n}{n!} x^{3n}]$$

14. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $\frac{2x}{1-x^2}$ .

$$[2 \sum_{n=0}^{+\infty} x^{2n+1}]$$

15. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $\frac{1}{1-x} + e^x$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n!+1}{n!} x^n]$$

16. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $x \ln(1+x^3)$ .

$$[\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} x^{3n+1}]$$

17. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $x^3 e^{-x^3}$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n!} x^{3n+3}]$$

18. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $\sqrt{1-x^2}$ .

19. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2^n n!} \prod_{k=1}^n (2k-1)x^n]$$

20. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $\frac{1}{\sqrt[3]{1+x}}$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{3^n n!} \prod_{k=1}^n (3k-2)x^n]$$

21. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $\sqrt[4]{1-x}$ .

22. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $xe^{5x^2}$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{5^n}{n!} x^{2n+1}]$$

23. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $(x+x^2) \sin x^2$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} (x^{4n+3} + x^{4n+4})]$$

24. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$ .

$$[\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n(2n-1)} x^{2n}]$$

25. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $\left( \frac{4x^4 + 5x^2 + 1}{1 + 4x^2} \right) \operatorname{arctg} x$ .

$$[x + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{4n^2-1} x^{2n+1}]$$

26. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $\operatorname{arctg} \left( \frac{2-2x}{1+4x} \right)$ .

$$[\operatorname{arctg} 2 + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1} (2x)^{2n+1}]$$

27. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $\frac{1}{4} \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right) + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{4n+1}}{4n+1}]$$

28. Do mocninné řady se středem v bodě 0 rozvíňte funkci  $\operatorname{arcsin}(2x)$ .

$$[\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^{n+1}}{(2n+1)n!} \prod_{k=1}^n (2k-1)x^{2k+1}]$$