

1 Bernoulliho rovnice

Zamyslete se:

Jaký tvar má Bernoulliho rovnice a jakým způsobem se řeší?
co víme o otázce jednoznačnosti řešení?

$$tvar : y' + p(x) \cdot y = q(x) \cdot y^\alpha$$

Příklad č.1

Řešte:

$$y' + 4xy = 2x \cdot e^{-x^2} \cdot \sqrt{y}$$

Můžeme hned v podstatě říci, že $y = 0$ je určitě řešením. K zjištění dalších řešení musíme provést operaci známou z přednášky:

$$\frac{y'}{\sqrt{y}} + 4x \cdot \sqrt{y} = 2x \cdot e^{-x^2}$$

Takže nyní jen zvolíme známou substituci:

$$\begin{aligned}\sqrt{y} &= z \\ \frac{y'}{2\sqrt{y}} &= z'\end{aligned}$$

takže nám po dosazení vyjde rovnice:

$$z' + 2x \cdot z = xe^{-x^2}$$

což je ale naprosto stejná rovnice, jakou jsme počítali v kapitole LDR, můžu tedy rovnou zapsat řešení:

$$z = (C + \frac{1}{2}x^2) \cdot e^{-x^2}$$

tedy:

$$y = (C + \frac{1}{2}x^2)^2 \cdot e^{-2x^2}$$